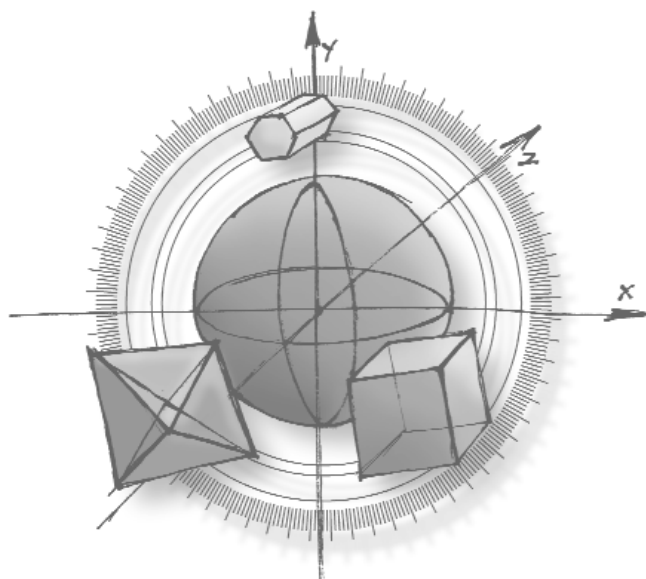


**Henryk Dąbrowski**

**Cezary Koneczny**



**TESTY  
dla maturzystów  
i kandydatów na wyższe uczelnie**



**Piętek Trzynastego  
Wydawnictwo**

**Łódź**

*Korekta*  
Jacek Człapiński  
Jacek Stańdo

*Korekta językowa*  
Teresa Chwalińska

*Projekt okładki*  
Jacek Wilk

*Skład*  
Krzysztof Jodłowski  
Paweł Szewczyk

© Copyright by *Piątek Trzynastego*, Łódź 2000

Wszelkie prawa autorskie i wydawnicze zastrzeżone. Wszelkiego rodzaju reprodukowanie, powielanie (łącznie z kserokopiowaniem), przenoszenie na inne nośniki bez pisemnej zgody Wydawcy będzie traktowane jako naruszenie praw autorskich, łącznie z konsekwencjami przewidzianymi w *Ustawie o prawie autorskim i prawach pokrewnych* (Dz. U. nr 24 z 23.02.1994 r., poz. 83).

ISBN 83-7415-018-1

PIĄTEK TRZYNASTEGO Wydawnictwo  
Michał Koliński i Michał Wiercioch  
90-009 Łódź, ul. Henryka Sienkiewicza 61  
tel./fax (0-42) 632 78 61, 630 71 17, tel. 0-602 34 98 02(06)  
infolinia: 0-604 600 800 (codziennie 8-22, także sms), gg. 4147954, 4146841  
www.piatek13.com.pl; e-mail: kot@piatek13.com.pl

Łódź	rok:	2007	2006	2005	2004	ostatnia					
Wydanie I	rzut:	9	8	7	6	5	4	3	2	1	liczba

*Druk i oprawa:*  
PIĄTEK TRZYNASTEGO Drukarnia  
93-345 Łódź, ul. Paradna 3  
tel. 0-602 34 98 02(06)  
Printed in Poland

## Spis treści

Wstęp .....	5
I. Liczby rzeczywiste .....	7
Poziom podstawowy .....	7
Poziom rozszerzony .....	16
II. Funkcje .....	26
Poziom podstawowy .....	26
Poziom rozszerzony .....	41
III. Równania i nierówności.....	53
Poziom podstawowy .....	53
Poziom rozszerzony .....	62
IV. Ciągi liczbowe .....	72
Poziom podstawowy .....	72
Poziom rozszerzony .....	81
V. Kombinatoryka i rachunek prawdopodobieństwa.....	92
Poziom podstawowy .....	92
Poziom rozszerzony .....	101
VI. Geometria syntetyczna.....	115
Poziom podstawowy .....	115
Poziom rozszerzony .....	124
VII. Geometria analityczna .....	134
Poziom podstawowy .....	134
Poziom rozszerzony .....	147
Schematy punktowania zadań.....	161
I. Liczby rzeczywiste .....	161
II. Funkcje .....	166
III. Równania i nierówności.....	172
IV. Ciągi liczbowe .....	177
V. Kombinatoryka i rachunek prawdopodobieństwa.....	182
VI. Geometria syntetyczna.....	187
VII. Geometria analityczna .....	193



## Wstęp

Od 2005 roku w większości szkół średnich obowiązuje Nowa Matura. Egzamin z matematyki nie jest, jak to zakładano w roku 2002, egzaminem obligatoryjnym dla wszystkich maturzystów. Matematykę można zdawać jako przedmiot obowiązkowy na poziomie podstawowym lub rozszerzonym albo jako tzw. przedmiot dodatkowy na poziomie rozszerzonym. Jeśli wybierzesz matematykę jako przedmiot dodatkowy, to wówczas wynik, jaki osiągniesz, nie będzie miał wpływu na to, czy zdasz maturę. Aby zdać maturę, wystarczy zdobyć 30% punktów możliwych do uzyskania na poziomie podstawowym. Pamiętaj jednak, że jeśli zdasz maturę, to każdy wynik, jaki osiągniesz, będzie widniał na twoim świadectwie maturalnym (np. 31% z poziomu podstawowego i 1% z poziomu rozszerzonego). Wszyscy zdający matematykę będą zdawać egzamin jednego dnia, rozwiązując te same zadania. W dniu egzaminu otrzymasz do rozwiązania zadania z *Arkusza I*. Na rozwiązanie tych zadań będziesz miał 120 minut. Jeśli będzie to dla ciebie egzamin obowiązkowy i będziesz go zdawał jedynie na poziomie podstawowym, to na tym etapie zakończy się dla ciebie matura z matematyki. Jeśli natomiast będziesz zdawał ten egzamin jako obowiązkowy na poziomie rozszerzonym albo jako egzamin z przedmiotu dodatkowego, to po około półgodzinnej przerwie wrócisz na salę i otrzymasz zadania z *Arkusza II*. Na ich rozwiązanie będziesz miał 150 minut. Za poprawne rozwiązanie wszystkich zadań z *Arkusza I* możesz uzyskać 50 punktów i z *Arkusza II* – 50 punktów. Na świadectwie maturalnym punkty te zostaną „przeliczone” na procenty.

Wszystkie zadania z matematyki występujące w obu arkuszach to zadania otwarte. Zadania z *Arkusza I* najczęściej będą sprawdzały rozumienie pojęć i umiejętność ich zastosowania zarówno w zadaniach problemowych związanych z sytuacjami życia codziennego (tzw. zadania z kontekstem realistycznym), jak również w zadaniach problemowych, w których czasami będziesz musiał przeprowadzić rozumowanie typu matematycznego. Zadania z *Arkusza II* znacznie częściej będą dotyczyły problemów typowo matematycznych. Wszystkie zadania będą badać umiejętności opisane w Standardach wymagań egzaminacyjnych. Nie musisz znać tych standardów, warto jednak się z nimi zapoznać<sup>1</sup>. Szczególną uwagę powinieneś zwrócić na te zadania, w których rozwiązaniu wymagane będzie przeprowadzenie rozumowania analogicznego do podanego. Wówczas musisz to zadanie rozwiązać właśnie tak, nawet gdybyś znał o wiele krótszy i lepszy sposób. Mogą też pojawić się zadania, w których będzie podana pewna definicja czy twierdzenie, a ty będziesz musiał tak rozwiązać to zadanie, aby z tej definicji czy twierdzenia skorzystać. Arkusze zadań opracowuje Centralna Komisja Egzaminacyjna w Warszawie we współpracy z okręgowymi komisjami egzaminacyjnymi<sup>2</sup>.

Pamiętaj, że nie ma zadań do wyboru. Staraj się więc rozwiązać jak najwięcej zadań, najlepiej wszystkie. Pamiętaj, że za każde zadanie możesz otrzymać od 0 do kilku (niekiedy kilkunastu) punktów; tę informację znajdziesz obok zadania. Jeśli więc potrafisz wykonać pewne elementy rozwiązania zadania, zrób to, gdyż może się okazać, że otrzymasz za nie punkty. Pamiętaj też, że czas na rozwiązanie wszystkich zadań jest ograniczony. Jeśli nie możesz sobie poradzić z rozwiązaniem jakiegoś zadania, rozwiąż kolejne, a do tego wróć, jeśli pozwoli ci na to czas. Podczas egzaminu będziesz mógł używać pomocy dydaktycznych, np. zestawu wzorów, tablic matematycznych, kalkulatora, przyborów kreślarskich. Szczegółową informację o pomocach, z których zdający będzie mógł skorzystać, podaje dyrektor Centralnej Komisji Egzaminacyjnej i może to zrobić na stronie internetowej CKE<sup>3</sup>. Można przypuszczać, że będzie dozwolone korzystanie z tablic matematycznych i kalkulatorów, z wyjątkiem kalkulatorów graficznych.

<sup>1</sup> Standardy wymagań egzaminacyjnych znajdziesz w „Informatorze maturalnym z matematyki”, wyd. CKE 2003.

<sup>2</sup> Okręgowe komisje egzaminacyjne mają swoje siedziby w Gdańsku, Jaworznie, Krakowie, Łomży, Poznaniu, Warszawie, Wrocławiu.

<sup>3</sup> Aktualny adres strony internetowej Centralnej Komisji Egzaminacyjnej w Warszawie: [www.cke.edu.pl](http://www.cke.edu.pl).

Na początku każdego arkusza egzaminacyjnego znajduje się instrukcja. Przeczytaj ją całą bardzo uważnie. Stosuj się do wszystkich poleceń w niej zawartych. Pamiętaj, że zadania rozwiązujemy w miejscu przeznaczonym na rozwiązanie. Sprawdź, czy masz wszystkie strony arkusza. Jeśli którejś nie masz lub jakaś jest nieczytelna, zgłoś to przewodniczącemu komisji egzaminacyjnej. Rozwiązania zapisuj czytelnie długopisem lub piórem w kolorze niebieskim lub czarnym. Innych kolorów nie używaj. Nie pisz ołówkiem. Jeśli się pomylisz, skreśl i napisz jeszcze raz. Koniecznie skreśl wszystkie swoje błędne zapisy. Nie wolno ci używać korektora. Brudnopis nie będzie oceniany. Pamiętaj, że ocenie będzie podlegać jedynie to, co napiszesz. Staraj się zatem przekazać cały swój tok rozumowania, uzasadniaj ważniejsze z wykonywanych czynności. Nie obawiaj się opisywać wykonywanych czynności. Nie wszystko, co dotyczy matematyki, należy koniecznie zapisywać, stosując symboliczny język matematyki. Po każdym zadaniu staraj się, jeśli to możliwe, sformułować odpowiedź.

Książka zawiera 56 sprawdzianów, które umieszczono w 7 działach tematycznych. Mamy nadzieję, że będzie to doskonała pomoc dla wszystkich, którzy chcą szybko i rzetelnie powtórzyć zakres materiału obowiązujący na Nowej Maturze. Obok każdego zadania znajduje się proponowana przez nas punktacja oraz opis umiejętności, jakie bada zadanie. Pod każdym zadaniem znajduje się miejsce na jego rozwiązanie. Na rozwiązanie każdego z zestawów przewidzieliśmy 45 minut, można więc z powodzeniem wykorzystać tę książkę na lekcjach powtórzeniowych i podsumowujących zrealizowane partie materiału. Na końcu książki znajdują się schematy punktowania. Pozwolą one ocenić rozwiązania, a jeśli jakieś zadanie sprawi trudność, umożliwią prześledzenie jego rozwiązania.

Mamy nadzieję, że zaproponowany przez nas zestaw ułatwi gruntowne powtórzenie wiadomości przed przystąpieniem do egzaminu i spełni oczekiwania uczniów oraz nauczycieli.

Życzymy pomyślności na maturze i trzymamy kciuki.

*Autorzy*



*Usuwać niewymierność z mianownika.*

3. Czy liczba  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$  jest większa od 4? Uzasadnij odpowiedź, nie używając kalkulatora.

0-3 p.

*Wyznaczać przybliżenia dziesiętne zadaną dokładnością.*

4. W pokoju stoi stół z kwadratowym blatem o polu powierzchni  $2 \text{ m}^2$ . Oblicz, ile wynosi obwód blatu tego stołu? Wynik podaj w cm z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku.

0-3 p.















**Zestaw 1**

**Poziom rozszerzony**

Wyznaczyć sumę,  
iloczyn i różnicę  
zbiorów.

1. Dane są trzy zbiory:

$$A = \langle -5, -2 \rangle,$$

$$B = \{x : x \in R \wedge x \geq -3 \wedge x \leq 2\},$$

$$C = \{x : x \notin R_- \wedge x \leq 4\}.$$

Wyznacz zbiory i zaznacz je na osi liczbowej:

a)  $(A \cup B) \setminus C$ ,

b)  $(A \cap B) \cup C$ .

0-4 p.	
--------	--







Stosować własności wartości bezwzględnej w rozwiązywaniu zadań, wyznaczać iloczyn zbiorów i dopełnienie zbioru.

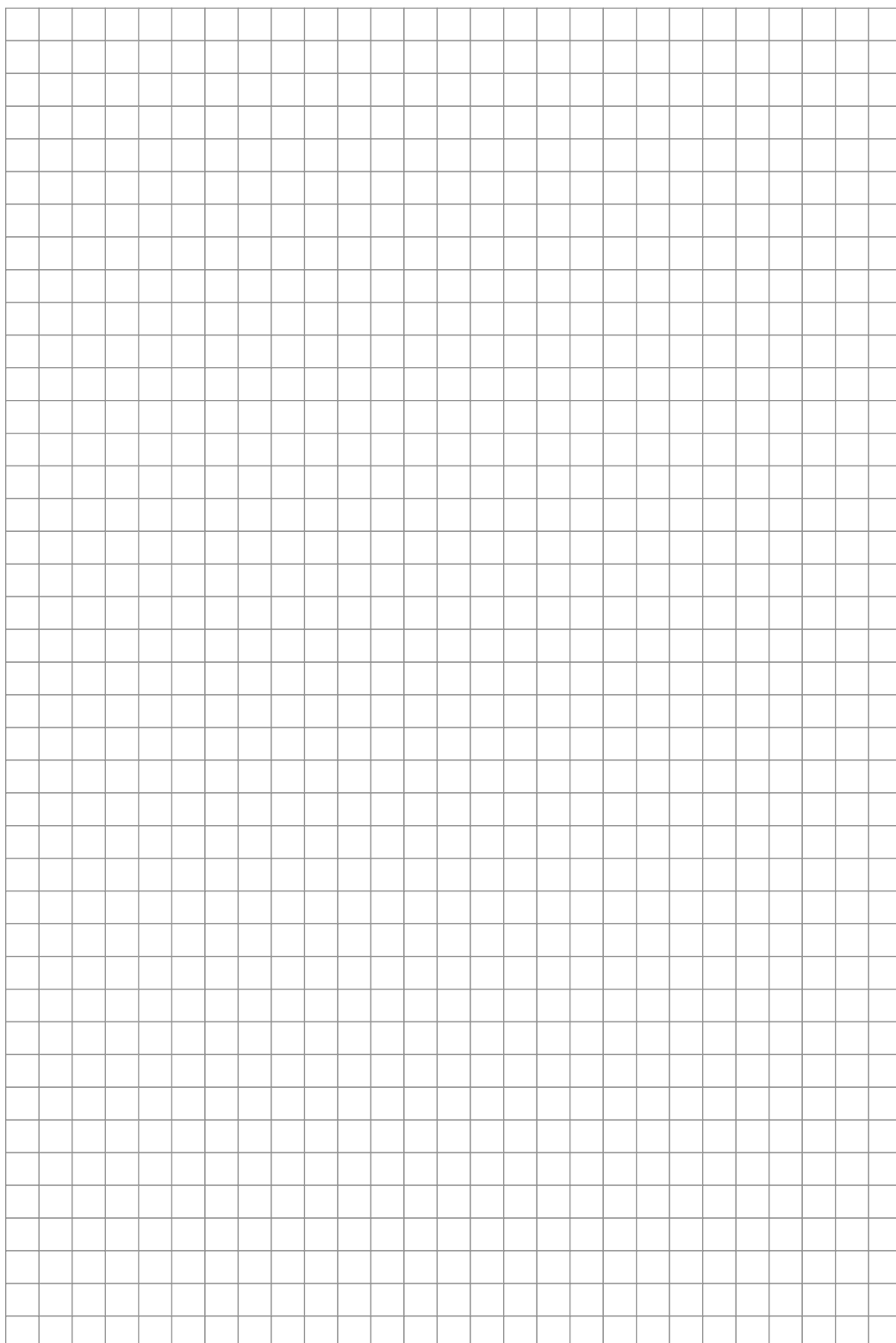
3. Wyznacz zbiory:

$$A = \{x : x \in R \wedge x^5 - 11x^3 + 18x = 0\},$$

$$B = \{x : x \in R \wedge |x^3 - 3x^2| + |x - 3| \leq |6x - 2x^2|\},$$

$$C = [(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)]',$$

$$D = A \cap B.$$



0-11 p.



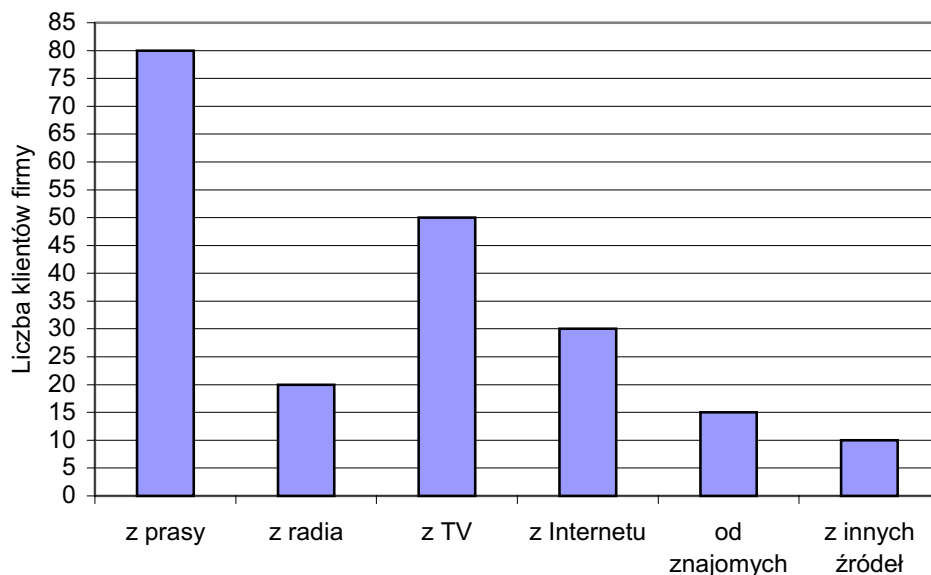




*Posługiwać się pojęciem procentu. Przedstawić dane w postaci wykresu słupkowego.*

3. Pewna firma internetowa badała, w jaki sposób klienci tej firmy dowiedzieli się o jej istnieniu. Wyniki badań przedstawiono na diagramie.

**O naszej firmie dowiedziałeś się**



- Oblicz, ilu klientów ma badana firma internetowa, jeżeli w ankiecie wzięło udział 2,5% wszystkich klientów firmy.
- Oblicz, o ile procent osób więcej dowiedziało się o firmie z prasy niż z radia lub telewizji razem wziętych. Podaj wynik, zaokrąglając do 0,1%.
- Szefowie firmy chcą wiedzieć, jaki jest procentowy udział wszystkich innych źródeł wiedzy o firmie niż prasa. Sporządź odpowiedni wykres słupkowy dla szefów tej firmy.





0-11 p.